

地理的加重法の研究動向と今後の展望

堤田成政*・吉田崇紘**・村上大輔***・中谷友樹****

A Review on Geographically Weighted Methods and their Future Directions

Narumasa Tsutsumida*, Takahiro Yoshida**, Daisuke Murakami***, Tomoki Nakaya****

Geographically weighted (GW) method is a type of spatial statistical framework. GW methods have been developed to tackle spatial heterogeneity in data, with a kernel that moves across geographical space. The GW method applies to a wide range of statistical analysis methods to explore the local geographical characteristics of data and its relationships in bivariate and multivariate data analysis. GW methods currently include (generalized) linear regression, summary statistics, and principal components analysis. They have further potentials to be extended to any statistical methods. To discuss future directions of GW method developments, we reviewed previous works regarding the state-of-art GW methods and available software and tools. As its customization is flexible, the GW method is feasible for any spatial phenomenon in cases where spatial heterogeneity is to be considered.

Keywords: 空間的異質性 (spatial heterogeneity), 地理的加重回帰 (geographically weighted regression), 地理的カーネル (geographical kernel), 空間統計モデル (spatial statistical model)

1. はじめに

地理空間上の事象の空間的な偏りや地域ごとに特性が異なる性質は空間的異質性と呼ばれ (Goodchild, 2004), 対象とする地理空間上の局所的な特徴を反映する分析手法が開発されてきた。その嚆矢となった手法は, Brunsdon et al. (1996), Fotheringham et al. (1997) が提案した, 線形回帰モデルの説明変数・被説明変数の関係における地理的に局所的な変動を分析する地理的加重回帰モデル (geographically weighted regression, GWR) である。GWR は, 地理的カーネル (Silverman, 1986) を利用して, ノンパラメトリック回帰の一種である局所回帰 (Cleveland, 1979) を地理的モデリングのために拡張したものである。GWR と同様に, 地理的カーネルを利用し地理空間上の局所性を表現する分析手法は様々な統計手法に適用され, 地理学のみならず環境科学 (Atkinson et al. 2003; P. Harris et al. 2010), 社会科学 (Chen et al. 2012;

Dong et al. 2018), 都市工学 (Feuillet et al. 2018; Luo and Kanala 2008) 健康科学 (Hu, 2009; Nakaya 2005; Yoneoka et al. 2016) など多くの分野に応用されている。また, 一連の手法は, 地理的加重 (geographically weighted, GW) 法として整理されている (Lu et al., 2014b; Gollini et al., 2015)。

地理空間現象に対する統計解析手法の多くは標本全体に共通する傾向の (グローバルな) 分析であることが多く, 空間的異質性がみられる対象事例の場合, 全体的な傾向から乖離した局所的な (ローカルな) 特徴が見落とされる可能性がある。この観点から, 地理的カーネルを用いて地理的に局所的な分析の繰り返しに基づく地理的加重法は, 空間的異質性を伴う地理空間現象の理解に役立つことが期待されている。現在まで, 様々な地理的加重法が提案されているものの, 拡張と洗練が進んでいる GWR の最近の動向やその実装ツール, また, 回帰モデル以外

* 正会員 埼玉大学大学院理工学研究科 (Saitama University)
〒338-0825 さいたま市桜区下大久保 255 E-mail : narut@mail.saitama-u.ac.jp
** 正会員 国立環境研究所 (National Institute for Environmental Studies)
*** 正会員 統計数理研究所 (The Institute of Statistical Mathematics)
**** 正会員 東北大学 (Tohoku University)

(ポストプリント版) 堤田成政・吉田崇紘・村上大輔・中谷友樹 (2021) 地理的加重法の研究動向と今後の展望 GIS-理論と応用 29 (1), 11-21.

の主成分分析への適用など、地理的加重法を俯瞰し網羅した解説はみられない。そこで本稿では、地理的加重法の分析手法とそのツールを整理し、今後の研究開発シーズを展望する。

2. 地理的加重法

先に説明したように、空間的異質性を考慮するため、地理的加重法では地理的カーネルを用いることに特徴がある。対象とする地理空間内をこのカーネルがくまなく移動し、周辺のデータに重みを伴う形で地点ごとに分析を繰り返し実施する。地点 i を中心としたカーネルの地点 j の重み (ω_{ij}) の定義は任意であるが、距離減衰を仮定する Gaussian (式 (1))、Bi-square (式 (2)) と、仮定しない Boxcar (式 (3)) などが主に用いられている。

$$\text{Gaussian: } \omega_{ij} = \exp\left(-0.5\left(\frac{d_{ij}}{b}\right)^2\right) \quad (1)$$

$$\text{Bi-square: } \omega_{ij} = \begin{cases} \left(1 - \left(\frac{d_{ij}}{b}\right)^2\right), & |d_{ij}| < b \\ 0, & |d_{ij}| \geq b \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{Boxcar: } \omega_{ij} = \begin{cases} 1, & |d_{ij}| < b \\ 0, & |d_{ij}| \geq b \end{cases} \quad (3)$$

ここで b はバンド幅と呼ばれるパラメータ、 d_{ij} は地点 i, j 間の距離である。距離減衰を仮定するカーネルは、その中心点で最も重みが大きく、中心点から離れていくにつれて重みが減少していく。Bi-square と Boxcar はバンド幅を超えた範囲で重みが 0 になるが、Gaussian はその定義上、バンド幅を越えても重みは 0 にはならず無限遠においてのみ重みが 0 になる。

バンド幅は対象とする空間的異質性の局所性の範囲を定めるパラメータであり、この値が小さい場合は近い距離の標本のみを重視する。一方、大きい場合はより遠く離れた標本も考慮して分析がなされることとなる。バンド幅の設定には距離固定 (fixed) 型、標本数一定 (adaptive) 型がある。距離固定型はバンド幅を単一の距離 (通常はユークリッド距離) で設定するものであり、対象空間内のどの地点においてもカーネルの大きさが一定であるため、実空間の局所性に関する解釈が容易である。一方、標本数一定型は、バンド幅内でカバーする標本数が一定と

なるように設定するものであり、研究上の分析範囲の端の地域や標本が疎に分布する地域においても一定数の標本を確保できるため計算や推計値が安定する利点がある。バンド幅は、対象とする地理空間現象に応じて分析者により決定されることもあるが、赤池情報量基準 (AIC) やその補正版 (AICc), leave-one-out 交差検証 (LOOCV) を用いてデータドリブンなアプローチで決定されることが多い (Gollini et al., 2015)。

次節以降、これまで提案されてきた様々な地理的加重法について概説する。

2.1. 地理的加重回帰モデル

GWR は、地理的カーネルに基づき標本に重みを付けた上で最小二乗推定を行い、場所ごとに回帰係数を推定することで、各地点周辺の局所的な特性を捉える手法である。GWR は地点 i の説明変数 x_{ik} ($k = 1, 2, \dots, p$) と被説明変数 y_i が式 (4) に従うことを仮定する:

$$y_i = \beta_{i0} + \sum_{k=1}^p \beta_{ik} x_{ik} + e_i \quad (4)$$

β_{i0} は切片、 β_{ik} は回帰係数、 e_i は誤差項である。重み ω_{ij} を利用した重み付き最小二乗法 (式 (5)) により地点 i のローカルな係数 β_{ik} の推定値 $\hat{\beta}_{ik}$ を求める:

$$\hat{\beta}_{ik} = \underset{\beta_{ik}}{\operatorname{argmin}} \sum_j (y_i - \beta_{i0} - \sum_{k=1}^p \beta_{ik} x_{ik})^2 \omega_{ij} \quad (5)$$

これを地点ごとに繰り返すことで被説明変数と説明変数の関係の地理的変異を示す係数の地理的分布を得る。なお、地理的カーネルを時間軸方向にも拡張した時空間カーネルによる geographical and temporal weighted regression (GTWR) も考案されている (Huang et al, 2010; Fotheringham et al., 2015)。当該の手法では、地理空間上の距離と時間軸上の距離を組み合わせ、対象地点から遠いほど、かつ時間が離れているほど重みが小さくなる時空間カーネルを定義して重みつき回帰分析を繰り返し実施する。Wu et al. (2014) はさらに、時系列の自己回帰成分を考慮した geographically and temporally weighted autoregressive regression を、Liu et al. (2018) は geographically weighted temporally correlated logistic

(ポストプリント版) 堤田成政・吉田崇紘・村上大輔・中谷友樹 (2021) 地理的加重法の研究動向と今後の展望 GIS-理論と応用 29 (1), 11-21.

regression を提案している。

GWR では複数の係数の地理的変異を推定する場合でも、その変異のスケールを規定するカーネルのバンド幅はいずれの係数に対しても同じである。しかし、一部の係数は地理的な変異がないと想定できる場合や、そのように仮定して他の係数の効果を調整したい場合もある。このような場合には、係数の地理的変異のないグローバルな項と、地理的変異を伴うローカルな項を同時に含む mixed GWR (Brunsdon et al., 1999; Mei et al., 2004, 2006) あるいは semi-parametric GWR (Nakaya et al., 2005) と呼ばれる形式のモデルが有用である。さらに、説明変数ごとに地理的変異のスケールが異なるより一般的なモデルがより現実的とも考えられる。係数ごとに異なるバンド幅のカーネルを用いた推計を可能とする multiscale GWR (Fotheringham et al., 2017; Wolf et al., 2018; Oshan et al., 2019; Yu et al., 2020) も開発され、flexible bandwidth GWR (Yang et al., 2012), conditional GWR (Leong and Yue, 2017) と呼ばれる。これらのモデルは、被説明変数と説明変数間のスケールについて、より柔軟な関係を明らかにするだけでなく、GWR ではしばしば問題となる局所的な多重共線性 (説明変数間の強い相関関係による係数の推定が不安定化する問題) の影響を緩和し、係数の地理的変異をより信頼性高く推定できることが明らかになっている (Murakami et al., 2019)。なお、多重共線性に対処するために、正則化を導入した手法も提案されている。リッジパラメータ (L2 正則化) を導入した GW ridge regression (Wheeler, 2007) と LASSO (L1 正則化) を導入した GW lasso regression (Wheeler, 2009) はその代表的手法である。リッジと LASSO を包含する縮小推定法である elastic net を導入した GW elastic net (Yoneoka et al., 2016; Li and Lam, 2018; Comber and Harris, 2018) や、ベイズ推定による正則化を行った手法 (LeSage, 2004) もある。なお、L1 正則化を活用した場合は係数推定値が 0 になる地点が発生するため、係数の変化が空間的に不連続になり解釈が難しくなる点に注意を要する。

一般的な回帰モデルの課題として外れ値に対する頑健性が挙げられるが、GWR の枠組みにおいて、そ

の対処として robust GWR (P. Harris et al., 2010) や M-quantile GWR (Salvati et al., 2012) が提案されている。また、通常の quantile regression と同様に二乗誤差ではなく絶対誤差を用いる GW quantile regression (Chen et al., 2012) も提案されている。

ところで、GWR は全標本についての局所回帰を繰り返す必要があるために、計算量が大きく、概ね 1~2 万以上の標本にそのまま適用することは困難である。そのため、抽出した一部の標本のみに基づくモデル推定が実用的な高速近似手法として用いられてきた (例えば Tasyurek and Celik, 2020; Feuillet et al., 2018)。ArcGIS では大規模標本に GWR を適用する際、初期設定では周辺の 1,000 標本のみを用いるようになってきている。これに対し、R. Harris et al. (2010), Tran et al. (2016), Li et al. (2019), Wang et al. (2020) は GWR の計算アルゴリズムの並列化を試みている。Li et al. (2019) は GWR の計算量を $O(N^2 \log N)$ (標本数が N 増えるにつれて、計算時間は $N^2 \log N$ ずつ増加) まで削減した fast GWR アルゴリズムを提案した。一方 Murakami et al. (2020) はカーネルの線形近似によって計算量を $O(N \log N)$ まで削減することで、並列化なしにさらなる高速化を可能とする scalable GWR を提案している。

2.2. 地理的加重一般化線形回帰モデル

GWR は最小二乗推定を基礎とし、誤差項が正規分布に従うと仮定しているため、それ以外の確率分布に従う一般化線形モデル (generalized linear model, GLM) の枠組みへの GWR の拡張 (GWGLM) も進められてきた (Nakaya, 2015)。たとえば、Nakaya et al. (2005) では、被説明変数が Poisson 分布に従って発生する計数データと仮定する GW Poisson regression を、Atkinson et al. (2003) は誤差項が二項分布に従う、被説明変数が二値の場合に対応した GW logistic regression を提案した。その他、誤差項が多項分布に従う多値データに対応した GW multinomial logistic regression (Luo and Kanala, 2008)、負の二項分布に従う GW negative binomial regression (da Silva and Rodrigues, 2014)、ゼロ過剰 Poisson 分布に従う GW zero inflated Poisson regression (Kalogirou, 2016)、ベータ分布に従う GW beta

(ポストプリント版) 堤田成政・吉田崇紘・村上大輔・中谷友樹 (2021) 地理的加重法の研究動向と今後の展望 GIS-理論と応用 29 (1), 11-21.

regression (da Silva and de Oliveira Lima, 2017) などが提案されている。また, logistic/probit リンク関数により順序データに対応した GW ordinal regression (Dong et al., 2018) も提案されている。

2.3. 地理的加重重要約統計量

単純に記述統計量を局所的に算出する手法が, 地理的加重重要約統計量 (geographically weighted summary statistics) である (Brunsdon et al., 2002)。地理的カーネルを用いて, 地理的に局所的な平均値や標準偏差のみならず中央値, 歪度, 分位数, 四分位範囲の空間変動を探索する。二変数の関係を示すピアソンの相関係数, スピアマンの順位相関係数 (Gollini et al., 2015) およびそれぞれの偏相関係数 (Percival and Tsutsumida, 2017) を地理的加重法に適用した手法も提案されている。

リモートセンシングの分野では, 誤差に着目した地理的加重重要約統計量が利用されてきた。空間的にランダムに分布する現場検証データを用い, Comber et al. (2017) はカテゴリー型の土地被覆データの精度を局所的な混合行列を作成することで, 空間的に評価した。Tsutsumida et al. (2019c) は, 数値型ラスタデータである土地被覆推定データの絶対誤差, 絶対平均誤差, 二乗平均平方根誤差の空間的な偏りを可視化した。

これら地理的加重重要約統計量のバンド幅は, LOOCV による最適化手法が提案されているものの (Gollini et al., 2015), 最適解が定まらない場合も多く (Tsutsumida et al., 2019c), 探索的に決定することが多い。

2.4. 地理的加重主成分分析

主成分分析 (principal components analysis, PCA) の線形的な変数の合成過程において, 地理空間データの空間的異質性を考慮するために地理的加重主成分分析 (GWPCA) が提案されている (Fotheringham et al., 2002; Harris et al., 2011)。得られる主成分得点は従来の PCA と類似するが, 固有値や主成分負荷量, 寄与率が空間的に変動する。そのため, 主成分に集約された情報のうち, 入力変数から主成分への寄与の度合いを地域ごとに考察することが可能となる。バンド幅は LOOCV で決定する (Harris et al., 2011)

ことが一般的であるが, 圧縮したい次元数に対して LOOCV では最適解が得られない場合も多い。その課題に対処すべく, ローカルな累積寄与率に着目したバンド幅決定法も提案されている (Tsutsumida et al., 2017)。GWPCA は空間データセット内の多変量外れ値の探索 (Harris et al., 2014) や, 地理空間データからの総合指標作成に活用されている (堤田ほか, 2018; Tsutsumida et al., 2019a)。

3. 実装ツール

これら提案されてきた地理的加重法について, 公開されている利用可能なツールを表 1 にまとめた。

GWR4 (<https://gwr.maynoothuniversity.ie/gwr4-software/>) は Windows OS でインストール可能なスタンドアロン型アプリケーションであり, GUI 機能を有する。GWR, GWGLM の回帰モデルの機能を網羅しており, semi-parametric GWR を Binomial 型, Poisson 型で実装している唯一のツールである。ArcGIS (<https://www.arcgis.com/index.html>) は GWR に加え, ArcGIS Pro 2.3 以降では GWGLM (Binomial, Poisson) への対応が図られている。局所的な多重共線性が深刻な場合にバンド幅の最適化計算が実行されないことがあり, 他のツールの計算結果と正確に一致しないことに注意を要する。MGWR (<https://sgsup.asu.edu/sparc/multiscale-gwr>) は multiscale GWR を算出することが可能な python ベースの GUI ツールである (Oshan, 2019)。multiscale GWR は Gaussian 型のみ, GWR, GWGLM については Gaussian, Binomial, Poisson 型に対応している。この CLI (Command Line Interface) 版である mgwr (<https://github.com/pysal/mgwr>) も公開されている。統計解析ソフトウェア R では, GWmodel パッケージ (Lu et al., 2013) が地理的加重法の分析手法の多くを網羅している。spgwr パッケージ (Bivand et al., 2006) や lctools パッケージ (Kalogirou, 2014) でも GWR, GWGLM を実行可能である。なお lctools パッケージは GW zero inflated Poisson regression が実行できる点に特徴がある。

現状では CLI をベースとした地理的加重法の開発が主に進められていることもあり, GUI による実装

(ポストプリント版) 堤田成政・吉田崇紘・村上大輔・中谷友樹 (2021) 地理的加重法の研究動向と今後の展望 GIS-理論と応用 29 (1), 11-21.

表1 地理的加重法の実装ツール

手法	実装ツール		
	GUI	CLI	
		R	Python
要約統計量			
GW mean, standard deviation, skewness, median, quantiles, Inter-quartile range, covariance		<i>GWmodel</i> (Lu et al., 2013)	
GW (partial) correlation coefficient		<i>GWmodel</i> (correlationのみ) (Lu et al., 2013) <i>lctools</i> (correlationのみ) (Kalogirou, 2014), <i>GWpcor</i> (Tsutsumida and Percival 2020)	
線形回帰			
GWR	<i>ArcGIS</i> <i>GWR4</i>	<i>GWmodel</i> (Lu et al., 2013) <i>lctools</i> (Kalogirou, 2014) <i>spgwr</i> (Bivand et al., 2006)	<i>MGWR</i> (Oshan et al., 2019)
Semi-parametric (mixed) GWR	<i>GWR4</i>	<i>GWmodel</i> (Gaussianのみ) (Lu et al., 2013)	
Multiscale GWR		<i>GWmodel</i> (Lu et al., 2013)	<i>MGWR</i> (Oshan et al., 2019)
fast GWR			<i>MGWR</i> (Oshan et al., 2019)
Scalable GWR		<i>GWmodel</i> (Lu et al., 2013) <i>scgwr</i> (Murakami et al., 2020)	
一般化線形回帰			
GWGLM (Poisson, Logistic)	<i>ArcGIS</i> <i>GWR4</i>	<i>GWmodel</i> (Lu et al., 2013) <i>spgwr</i> (Bivand et al., 2006) <i>lctools</i> (Poissonのみ) (Kalogirou, 2014)	<i>MGWR</i> (Oshan et al., 2019)
GWGLM (Zero-inflated Poisson)		<i>lctools</i> (Kalogirou, 2014)	
時空間回帰			
GTWR		<i>GWmodel</i> (Lu et al., 2013)	
多変量解析			
GWPCA		<i>GWmodel</i> (Lu et al., 2013)	
GW non-negative PCA		<i>GWnnegPCA</i> (Tsutsumida 2020)	

(ポストプリント版) 堤田成政・吉田崇紘・村上大輔・中谷友樹 (2021) 地理的加重法の研究動向と今後の展望 GIS-理論と応用 29 (1), 11-21.

は比較的少ない。CLI では分析工程の多くを自動化することができる一方で、例えば探索的空間データ解析の文脈においてはパラメータの調整に応じて動的な結果の視覚化が可能な GUI が有用であることも多い。そこで、CLI ツールを GUI 化するためのフレームワークである R shiny を利用した実装事例も提案されている (Tsutsumida et al., 2019b)。

4. 今後の展望

これまで俯瞰してきた地理的加重法の発展を踏まえ、本章では今後の展望についてまとめた。

4.1. より柔軟な地理的カーネルの設計

通常の地理的加重法で用いる地理的カーネルは、対象地点を始点とするユークリッド距離に近いほど重みを大きくするよう設定されてきた。それに対し Lu et al. (2014a) はネットワーク距離、時間距離といった様々な地理的距離を地理的カーネルに利用した。さらに、Harris et al. (2013) は、地区特性の社会的な次元を空間とみだてて近接性を定義したカーネルの重み付けによる contextualized GWR を提案している。今後もさらに多様な空間的事物間の関係性を表現した地理的カーネルの設計が求められると考えられる。例えば窒素酸化物などの大気汚染物質をモデル化する場合、移流の影響を考慮し対象地点に対して風上よりも風下に重みを大きくする、といった改良が考えられる。また、植生分布密度の空間モデル化といった地表面の現象に対しては、二次元空間の距離だけではなく標高を加味した三次元距離を考慮すべき状況も想定される。このような事例では地理的加重法で用いられてきた従来の2次元の地理的カーネルでは近接性を適切に表現できていない可能性がある。重みを決定づける距離の定義が GWR の精度や多重共線性に影響を及ぼすとの研究 (Comber and Harris, 2018; Lu et al., 2018) からも示唆されるように、事例に応じて地理的カーネルを適切に設計する方法論の開発が求められるだろう。

4.2. さらなる統計手法への適用

GWR からはじまり様々な統計手法に地理的加重法が適用されてきたが、さらに多様な手法に拡張する余地も残されている。例えば回帰モデルについて

は、GW beta regression (da Silva and de Oliveira Lima, 2017) の考え方を拡張し Dirichlet 分布を導入することで、多次元の比率データに対応した GWR の拡張が可能であると考えられる。関連して、地質学分野で利用されてきた組成データ解析と呼ばれる多次元の比率データ解析手法に地理的加重法を適用した手法が提案されている (吉田ほか, 2020)。その他、地理的加重法による空間的相互作用モデルの研究は限定的 (Nakaya, 2001; Kordi and Fortheringham, 2016; Tamesue, 2016; Oshan, 2020) であり、負の二項分布の利用や multiscale 化などの改良の余地が残っている。さらに、非線形モデルへの GWR の拡張も重要な課題である。GWR は地理的現象を精度良く捕えられる反面、線形モデルを基礎とするため高度に非線形な空間プロセスによって生成されたパターンを捕らえることはできない。複雑な空間パターンを持つデータを柔軟にモデル化するための第一歩として、ニューラルネットワーク等の機械学習手法と地理的加重法との融合も重要な課題になると考えられる。

また、主成分分析において空間的異質性を取り入れたように、潜在変数モデルにおいても地理的加重法が適用可能であろう。例えば因子生態学の分野において、因子分析により社会統計空間データから社会構造の共通因子を明らかにする研究が進められてきたが (Hunter, 1971; Janson, 1980)、因子分析により因子を抽出する過程において、従来の研究事例ではデータの空間的な特徴を考慮できていない。地理的加重法を導入することにより、得られた因子と観測された変数との関係を示す因子負荷量が空間変動するようになり、より局所的な社会構造の解釈が可能になると期待される。

さらに、時空間化において GTWR が提案されたように、回帰モデルの枠組みにおいて時空間カーネルが導入され、空間的かつ時間的な異質性に着目することが可能となってきた。このアイデアを発展させ、一般化線形回帰モデルや要約統計量、主成分分析などの時空間化も可能である。とりわけ主成分分析を発展させることで、次元削減を通じて時空間上の特徴的な (特異な) イベントの発見が可能になると考えられる。

(ポストプリント版) 堤田成政・吉田崇紘・村上大輔・中谷友樹 (2021) 地理的加重法の研究動向と今後の展望 GIS-理論と応用 29 (1), 11-21.

これらの発展に不可欠な課題は計算の効率化である。地理的加重法は地点ごとに局所的な分析を実行していくために、標本数に応じて計算量が肥大化していく。近年、流通するビッグデータに対応可能な地理的加重法の改良は重要性が増している。データ量の増大に伴いデータ・タイプも多様化していることに鑑みると、GWRにおける改良にとどまらずGWGLMやGWPCAなどの地理的加重法のmultiscale化・時空間化が期待されると同時に、これらを効率的に分析可能な計算機科学的な発展も期待される。

5. おわりに

本稿では、広範囲に渡る地理的加重法の発展の現状および使用可能な実装ツールをまとめた。GWRが提唱されて以降、現在までに線形回帰、一般化線形回帰、要約統計量、主成分分析など多岐にわたる統計手法への応用が進められてきた。特にGWRでは、地理的カーネルのmultiscale化により説明変数ごとの空間的異質性を考慮することが可能になったほか、計算の高速化も達成されてきた。

空間的異質性に着目した地理空間現象の把握に向け、地理的加重法はその高い拡張性を活かし、今後様々な現象・事例に対応すべく発展していくことが期待される。

謝辞

有益なご指摘を頂いた査読者に感謝申し上げます。本研究は ROIS-DS-JOINT (006RP2018, 004RP2019, 003RP2020) の助成を受けた。

参考文献

堤田成政・村上大輔・吉田崇紘・中谷友樹 (2018) 空間統計データによる総合指標作成のための地理的加重非負値主成分分析の検討。「地理情報システム学会講演論文集」(CD-ROM), 27, C-5-2.
吉田崇紘・村上大輔・瀬谷創・堤田成政・中谷友樹・堤盛人 (2020) 組成データのための地理的加重回帰モデル。「地理情報システム学会講演論文集」(CD-ROM), 28, C24-1-4.
Atkinson, P.M., German, S.E., Sear, D.A., Clark, M.J.

(2003) Exploring the relations between riverbank erosion and geomorphological controls using geographically weighted logistic regression. *Geographical Analysis*, 35(1), 58–82.

Bivand, R., Yu, D., Nakaya, T., Garcia-Lopez, M.A. (2006) CRAN - Package spgwr. <<https://CRAN.R-project.org/package=spgwr>>.

Brunsdon, C., Fotheringham, A.S., Charlton, M. (2002) Geographically weighted summary statistics — a framework for localised exploratory data analysis. *Computers, Environment and Urban Systems*, 26, 501–524.

Brunsdon, C., Fotheringham, A. S., Charlton, M. (1999) Some notes on parametric significance tests for geographically weighted regression. *Journal of Regional Science*, 39(3), 497–524.

Brunsdon, C., Fotheringham, A.S., Charlton, M.E. (1996) Geographically weighted regression: A method for exploring spatial nonstationarity. *Geographical Analysis*, 28(4), 281–298.

Cleveland, W.S. (1979) Robust locally weighted regression and smoothing scatterplots. *Journal of the American Statistical Association*. 74(368), 829–836.

Chen, V.Y.J., Deng, W.S., Yang, T.C., Matthews, S.A. (2012) Geographically weighted quantile regression (GWQR): An application to US mortality data. *Geographical Analysis*, 44(2), 134–150.

Comber, A., Brunsdon, C., Charlton, M., Harris, P. (2017) Geographically weighted correspondence matrices for local error reporting and change analyses: mapping the spatial distribution of errors and change. *Remote Sensing Letters*, 8(3), 234–243.

Comber, A., Chi, K., Huy, M.Q., Nguyen, Q., Lu, B., Phe, H.H., Harris, P. (2018) Distance metric choice can both reduce and induce collinearity in geographically weighted regression. *Environment and Planning B: Urban Analytics and City Science*, 47(3), 489–507.

Comber, A., Harris, P. (2018) Geographically weighted elastic net logistic regression. *Journal of Geographical Systems*, 20(4), 317–341.

- (ポストプリント版) 堤田成政・吉田崇紘・村上大輔・中谷友樹 (2021) 地理的加重法の研究動向と今後の展望 GIS-理論と応用 29 (1), 11-21.
- da Silva, A.R., de Oliveira Lima, A. (2017) Geographically weighted beta regression. *Spatial Statistics*, **21**, 279–303.
- da Silva, A.R., Rodrigues, T.C.V. (2014) Geographically weighted negative binomial regression-incorporating overdispersion. *Statistics and Computing*, **24**(5), 769–783.
- Dong, G., Nakaya, T., Brunson, C. (2018) Geographically weighted regression models for ordinal categorical response variables: An application to geo-referenced life satisfaction data. *Computers, Environment and Urban Systems*, **70**, 35–42.
- Feuillet, T., Commenges, H., Menai, M., Salze, P., Perchoux, C., Reuillon, R., ..., Oppert, J.M. (2018) A massive geographically weighted regression model of walking-environment relationships. *Journal of Transport Geography*, **68**, 118–129.
- Fotheringham, A.S., Brunson, C., Charlton, M. (2002) *Geographically Weighted Regression: The Analysis of Spatially Varying Relationships*. Chichester: Wiley.
- Fotheringham, A.S., Crespo, R., Yao, J. (2015) Geographical and temporal weighted regression (GTWR). *Geographical Analysis*, **47**(4), 431–452.
- Fotheringham, A.S., Yang, W., Kang, W. (2017) Multiscale geographically weighted regression (MGWR). *Annals of the American Association of Geographers*, **107**(6), 1247–1265.
- Fotheringham, A.S., Charlton, M., Brunson, C. (1997) Measuring spatial variations in relationships with geographically weighted regression. In Fischer, M.M., Getis, A. eds. *Recent Developments in Spatial Analysis: Spatial Statistics, Behavioral Modeling and Computational Intelligence*, Springer, 60–82.
- Gollini, I., Lu, B., Charlton, M., Brunson, C., Harris, P. (2015) GWmodel: An R Package for Exploring Spatial Heterogeneity Using Geographically Weighted Models. *Journal of Statistical Software*, **63**(17), 85–101.
- Goodchild, M.F. (2004) The validity and usefulness of laws in geographic information science and geography. *Annals of the Association of American Geographers*, **94**(2), 300–303.
- Harris, P., Brunson, C., Charlton, M. (2011) Geographically weighted principal components analysis. *International Journal of Geographical Information Science*, **25**(10), 1717–1736.
- Harris, P., Brunson, C., Charlton, M., Juggins, S., Clarke, A. (2014) Multivariate spatial outlier detection using robust geographically weighted methods. *Mathematical Geosciences*, **46**(1), 1–31.
- Harris, P., Fotheringham, A.S., Juggins, S. (2010) Robust geographically weighted regression: a technique for quantifying spatial relationships between freshwater acidification critical loads and catchment attributes. *Annals of the Association of American Geographers*, **100**(2), 286–306.
- Harris, R., Dong, G., Zhang, W. (2013) Using contextualized geographically weighted regression to model the spatial heterogeneity of land prices in Beijing, china. *Transactions in GIS*, **17**(6), 901–919.
- Harris, R., Singleton, A., Grose, D., Brunson, C., Longley, P. (2010) Grid-enabling geographically weighted regression: A case study of participation in higher education in England. *Transactions in GIS*, **14**(1), 43–61.
- Hu, Z. (2009). Spatial analysis of MODIS aerosol optical depth, PM2.5, and chronic coronary heart disease. *International Journal of Health Geographics*, **8**(1), 27.
- Huang, B., Wu, B., Barry, M. (2010) Geographically and temporally weighted regression for modeling spatio-temporal variation in house prices. *International Journal of Geographical Information Science*, **24**(3), 383–401.
- Hunter, A.A. (1971) Factorial ecology: A critique and some suggestions. *Demography*, **9**(1), 107–117.
- Janson, C.G. (1980) Factorial social ecology: An attempt at summary and evaluation. *Annual Review of Sociology*, **6**(1), 433–456.
- Kalogirou, S. (2016) Destination choice of Athenians: An application of geographically weighted versions of standard and zero inflated Poisson spatial interaction models. *Geographical Analysis*, **48**(2), 191–230.
- Kalogirou, S. (2014) CRAN - Package lctools. <<https://CRAN.R-project.org/package=lctools>>.

- (ポストプリント版) 堤田成政・吉田崇紘・村上大輔・中谷友樹 (2021) 地理的加重法の研究動向と今後の展望 GIS-理論と応用 29 (1), 11-21.
- Kordi, M., Fotheringham, A. S. (2016). Spatially weighted interaction models (SWIM). *Annals of the American Association of Geographers*, **106**(5), 990-1012.
- Leong, Y.Y., Yue, J.C. (2017) A modification to geographically weighted regression. *International Journal of Health Geographics*, **16**(1), 11.
- LeSage, J. P. (2004) A family of geographically weighted regression models. In Anselin, L., Florax, R.J.G.M., Rey, S.J. eds. *Advances in Spatial Econometrics*, Berlin, Heidelberg: Springer, 241–264.
- Li, Z., Fotheringham, A.S., Li, W., Oshan, T. (2019) Fast geographically weighted regression (FastGWR): a scalable algorithm to investigate spatial process heterogeneity in millions of observations. *International Journal of Geographical Information Science*, **33**(1), 155–175.
- Li, K., Lam, N.S. (2018) Geographically weighted elastic net: A variable-selection and modeling method under the spatially nonstationary condition. *Annals of the American Association of Geographers*, **108**(6), 1582–1600.
- Liu, Y., Lam, K., Wu, J., Lam, T. (2018) Geographically weighted temporally correlated logistic regression model. *Scientific Reports*, **8**(1), 1417.
- Lu, B., Charlton, M., Harris, P., Fotheringham, A.S. (2014a) Geographically weighted regression with a non-Euclidean distance metric: a case study using hedonic house price data. *International Journal of Geographical Information Science*, **28**(4), 660–681.
- Lu, B., Harris, P., Charlton, M., Brunsdon, C. (2014b) The GWmodel R package: further topics for exploring spatial heterogeneity using geographically weighted models. *Geo-Spatial Information Science*, **17**(2), 85–101.
- Lu, B., Harris, P., Charlton, M., ..., Evans, F.H. (2013) CRAN - Package GWmodel. <<https://CRAN.R-project.org/package=GWmodel>>.
- Lu, B., Yang, W., Ge, Y., Harris, P. (2018) Improvements to the calibration of a geographically weighted regression with parameter-specific distance metrics and bandwidths. *Computers, Environment and Urban Systems*, **71**, 41–57.
- Luo, J., Kanala, N.K. (2008) Modeling urban growth with geographically weighted multinomial logistic regression. *Proceedings of Geoinformatics 2008 and Joint Conference on GIS and Built Environment: The Built Environment and Its Dynamics*, **7144**, 71440M.
- Mei, C., He, S., Fang, K. (2004) A note on the mixed geographically weighted regression model. *Journal of Regional Science*, **44**(1), 143–157.
- Mei, C., Wang, N., Zhang, W. (2006) Testing the importance of the explanatory variables in a mixed geographically weighted regression model. *Environment and Planning A*, **38**(3), 587–598.
- Murakami, D., Lu, B., Harris, P., Brunsdon, C., Charlton, M., Nakaya, T., Griffith, D.A. (2019) The importance of scale in spatially varying coefficient modeling. *Annals of the American Association of Geographers*, **109**(1), 50–70.
- Murakami, D., Tsutsumida, N., Yoshida, T., Nakaya, T., Lu, B. (2020) Scalable GWR: A linear-time algorithm for large-scale geographically weighted regression with polynomial kernels. *Annals of the American Association of Geographers*, 1–22.
- Nakaya, T., Fotheringham, S., Brunsdon, C., Charlton, M. (2005) Geographically weighted Poisson regression for disease association mapping. *Statistics in Medicine*, **24**(17), 2695–2717.
- Nakaya, T. (2001) Local spatial interaction modelling based on the geographically weighted approach. *GeoJournal*, **53**, 347–358.
- Nakaya, T. (2015) Geographically weighted generalised linear modelling. In Brunsdon, C., Singleton, A. eds. *Geocomputation: A Practical Primer*, London: Sage Publications, 200–220.
- Oshan, T.M., Li, Z., Kang, W., Wolf, L.J., Fotheringham, A.S. (2019) MGWR: A python implementation of multiscale geographically weighted regression for investigating process spatial heterogeneity and scale. *ISPRS International Journal of Geo-Information*, **8**(6), 269.
- Oshan, T. M. (2020). The spatial structure debate in spatial interaction modeling: 50 years on. *Progress in Human Geography* (to appear).

- (ポストプリント版) 堤田成政・吉田崇紘・村上大輔・中谷友樹 (2021) 地理的加重法の研究動向と今後の展望 GIS-理論と応用 29 (1), 11-21.
- Percival, J., Tsutsumida, N. (2017) Geographically weighted partial correlation for spatial analysis data. *GI_Forum*, **5**(1), 36–43.
- Silverman, B.W. (1986) *Density estimation for statistics and data analysis*. London: Chapman and Hall.
- Salvati, N., Tzavidis, N., Pratesi, M., Chambers, R. (2012) Small area estimation via M-quantile geographically weighted regression. *Test*, **21**(1), 1–28.
- Tamesue, K. (2016) Methodological developments for spatial analysis of origin-destination flows. Ph.D. dissertation, Graduate School of Systems and Information Engineering, University of Tsukuba.
- Tasyurek, M., Celik, M. (2020) RNN-GWR: A geographically weighted regression approach for frequently updated data. *Neurocomputing*, **399**, 258–270.
- Tobler, W.R. (1970) A computer movie simulating urban growth in the Detroit region. *Economic Geography*, **46**, 234–240.
- Tran, H.T., Nguyen, H.T., Tran, V.T. (2016) Large-scale geographically weighted regression on Spark. *2016 Eighth International Conference on Knowledge and Systems Engineering (KSE)*, 127–132.
- Tsutsumida, N. (2020) CRAN - Package GWnnegPCA. <<https://CRAN.R-project.org/package=GWnnegPCA>>.
- Tsutsumida, N., Harris, P., Comber, A. (2017) The application of a geographically weighted principal component analysis for exploring twenty-three years of goat population change across Mongolia. *Annals of the American Association of Geographers*, **107**(5), 1060–1074.
- Tsutsumida, N., Murakami, D., Yoshida, T., Nakaya, T., Lu, B., Harris, P. (2019a) Geographically weighted non-negative principal components analysis for exploring spatial variation in multidimensional composite index. *Proceedings of the 15th International Conference on GeoComputation*, 6.5.
- Tsutsumida, N., Percival, J. (2020) CRAN - Package GWpcor. <<https://CRAN.R-project.org/package=GWpcor/index.html>>.
- Tsutsumida, N., Percival, J., Murakami, D., Yoshida, T., Nakaya, T. (2019b) Interactive mapping for geographically weighted correlation in big census data. *Abstracts of the ICA*, **1**, 372.
- Tsutsumida, N., Rodríguez-Veiga, P., Harris, P., Balzter, H., Comber, A. (2019c) Investigating spatial error structures in continuous raster data. *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation*, **74**, 259–268.
- Wheeler, D.C. (2007) Diagnostic tools and a remedial method for collinearity in geographically weighted regression. *Environment and Planning A*, **39**(10), 2464–2481.
- Wheeler, D.C. (2009) Simultaneous coefficient penalization and model selection in geographically weighted regression: the geographically weighted lasso. *Environment and Planning A*, **41**(3), 722–742.
- Wang, D., Yang, Y., Qiu, A., Kang, X., Han, J., Chai, Z. (2020) A CUDA-based parallel geographically weighted regression for large-scale geographic data. *ISPRS International Journal of Geo-Information*, **9**(11), 653.
- Wolf, L.J., Oshan, T.M., Fotheringham, A.S. (2018) Single and multiscale models of process spatial heterogeneity. *Geographical Analysis*, **50**(3), 223–246.
- Wu, B., Li, R., Huang, B. (2014) A geographically and temporally weighted autoregressive model with application to housing prices. *International Journal of Geographical Information Science*, **28**(5), 1186–1204.
- Yang, W., Fotheringham A.S., Harris P. (2012) An extension of geographically weighted regression with flexible bandwidths. *The Proceedings of GIS Research UK Conference 2012*, 79.
- Yoneoka, D., Saito, E., Nakaoka, S. (2016) New algorithm for constructing area-based index with geographical heterogeneities and variable selection: An application to gastric cancer screening. *Scientific reports*, **6**(1), 1–7.
- Yu, H., Fotheringham, A.S., Li, Z., Oshan, T.M., Kang, W., Wolf, L.J. (2020) Inference in multiscale geographically weighted regression. *Geographical Analysis*, **52**(1), 87–106.